



Планиметрия

Прямоугольный треугольник

Задачи к вебинару

1. Точка M – середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC с углом 30° при вершине A . Окружность, вписанная в треугольник BMC , касается его сторон BC и BM в точках P и Q .

а) Докажите, что $PQ \parallel CM$.

б) Найдите PQ , если $AB = 8$.

Ответ: 2

2. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M – середина гипотенузы AB , H – точка пересечения прямых CM и DK .

а) Докажите, что $CM \perp DK$.

б) Найдите MH , если катеты треугольника ABC равны 30 и 40.

Ответ: 49

3. Точка E расположена вне квадрата $ABCD$ с центром O , причём треугольник BEC прямоугольный ($\angle E = 90^\circ$) и неравнобедренный. Точка M – середина стороны BC .

а) Докажите, что треугольник OME равнобедренный.

б) Прямая EO пересекает сторону AD квадрата в точке K . Найдите отношение $AK : KD$, если $\angle CBE = 30^\circ$.

Ответ: $1 : \sqrt{3}$



4. Дан треугольник ABC . Точки M_1, M_2, M_3 – середины сторон AB, BC и AC , а точки H_1, H_2, H_3 – основания высот, лежащих на тех же сторонах.

а) Докажите, что из отрезков H_1M_2, H_2M_3 и H_3M_1 можно построить треугольник.

б) Найдите его периметр, если периметр треугольника ABC равен a .

Ответ: $a/2$

5. Медиана AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $CP = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 3$ и $BC = 4$.

Ответ: $\sqrt{11}$

Использованные материалы:

- ЕГЭ 2019. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2019. — 272 с.